

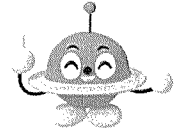
整数の性質

小学校で学んだ倍数と約数について見なおしてみよう

Q 考えてみよう

1年1組の生徒数は30人です。
30人を3人班に分けるとしたら、何班できるでしょうか。
また、4人班や5人班ではどうでしょうか。

2人のペアだと、
15組できるね。



5

上のQで、30は3でわり切れるから、3人班が
ちょうど10班できる。このことをかけ算の式で表すと

$$30 = 3 \times 10$$

となる。

このようなかけ算の式から、わかることについて
考えてみよう。

10

たとえば、 $30 = 3 \times 10$ という式から、
次のことがわかる。

- ・30は3の倍数であり、10の倍数でもある。
- ・30は3と10でわり切れるから、3と10は
30の約数である。

3の倍数、10の倍数

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ 30 = 3 \times 10 \\ \uparrow \quad \uparrow \\ \text{30の約数} \end{array}$$

15

問1 6は 3×2 と表すことができます。下の□には、

「約数」、「倍数」のどちらがあてはまりますか。

- (1) 6は3の□である。
- (2) 3は6の□である。

20

問2 上のQで、1年1組の30人を5人班に分けると、
ちょうど6班できます。このことを、かけ算の式で表しなさい。
また、その式からどんなことがわかりますか。

4人班の場合は、
あまりがでるね。



さくらさん

どんな式で
表せるのかな？



ゆうとさん

Q 考えてみよう

1年2組の生徒数は31人です。
 3人班にあまりなく分けることができるでしょうか。
 また、4人班や5人班ではどうでしょうか。

5 上のQで、31は3、4、5のどれでわっても
 わり切れないから、3人班、4人班、5人班に
 あまりなく分けることはできない。

問3 31は、1と31以外の整数でわり切れますか。

1, 2, 3, ... のような1以上の整数を **自然数** という。
 自然数のうち、31のように、1とその数のほかに
 10 約数がない数を **素数** という。1は素数ではない。

自然数 { 素数
 2, 3, 5, 7, ...
 素数ではない数
 1, 4, 6, 8, ...

問4 10から20までの素数をすべていいなさい。

前ページのQで、1年1組の30人を3人班に分けるととき、
 ちょうど10班できることから

$$30 = 3 \times 10$$


15 と表すことができた。

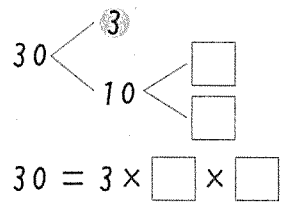
30を素数だけの積で表すことができるだろうか。


Q 考えてみよう

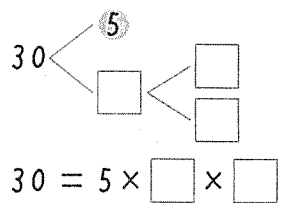
30を素数だけの積で表してみましょう。

ほかの考えでも
 できないかな？

 ゆうとさんの考え



 さくらさんの考え



 えりかさん

$30 = 2 \times 3 \times 5$ のように、自然数を素数だけの積で表すことを そいんすうぶんかい **素因数分解** という。

前ページの Q で調べたように、素因数分解はどんな順序で行っても同じ結果になる。

また、次のようにして素因数分解することもできる。

- ① 30 を素数で順にわっていく。
- ② ①の素数の積をつくる。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 30} \\ 3 \overline{) 15} \\ \underline{ 5} \end{array}$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

5

問 5 次の数を素因数分解しなさい。

- (1) 66 (2) 130

素因数分解を利用して、整数の約数を求めてみよう。

10

例 1 165 の約数を求めてみよう。

1 と 165 は 165 の約数である。

165 を素因数分解すると $165 = 3 \times 5 \times 11$

となる。このとき、素数の組み合わせを考えて

$$165 = 3 \times (5 \times 11) = 3 \times 55$$

$$165 = 5 \times (3 \times 11) = 5 \times 33$$

$$165 = 11 \times (3 \times 5) = 11 \times 15$$

と表すことができる。

したがって、165 の約数は

$$1, 3, 5, 11, 15, 33, 55, 165$$

$$1, 3, 5, 11, 15, 33, 55, 165$$

15

20

問 6 問 5 の (2) の結果を利用して、130 の約数をすべて求めなさい。

(★ 教科書 35 ページの学習が終わったあとに取り組みましょう。)

問 7 次の数を素因数分解して、るいしょう 累乗の指数を使って表しなさい。

- (1) 50 (2) 56



下のようにして、素数でない数をふるい落とししていく方法で、素数を求めることができます。

この方法で、100までの素数を求めてみよう。



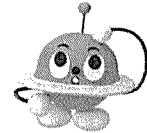
5

- ① 1は素数でないから消す。
- ② 2に○印をつけて残し、それより大きい2の倍数を消す。
- ③ 残った数のうち、最小の数3に○印をつけて残し、それより大きい3の倍数を消す。
- ④ 残った数のうち、最小の数に○印をつけ、それより大きいその数の倍数を消す作業を続ける。
- ⑤ ○印のついた数が素数である。

10

1	②	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54
55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66
67	68	69	70	71	72
73	74	75	76	77	78
79	80	81	82	83	84
85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96
97	98	99	100		

素数はどの列に並んでいるかな？



この方法は、2200年もの前のギリシャの数学者エラトステネスがみつけたもので、「エラトステネスのふるい」とよばれています。