

市算数研究会 一月実践提案
山内小学校 6年「起こり得る場合」

授業者 中村 駿斗

1. 単元で育成する資質・能力

単元の主張	本単元では、算数の最も基本的なものの一つである、分類整理する能力を育てる。これまでの学年でもこれを伸ばすようにしている。6学年では、起こりうるすべての場合を適切な観点から分類整理して、順序よく列挙できるようにする。起こりうる場合の数を求める方法を指導するというより、児童に興味のある問題を取り上げて、具体的な事実に対して、落ちや重なりがないように分類整理して順序よく列挙できるようにすることを主な狙いとしていく。その中で、数学的に表現した考え方や方法に対し、批判的に捉えていくことを大切にしたい。プログラミングの思考を用いて、数学的な処理を考察することを通して、物事をより論理的に適切に処理できることも狙いとしていく。
-------	---

<p>① 生きて働く「知識・技能」</p> <p>(ア) 起こり得る場合を順序よく、整理するための図や表などの使い方を知ること</p> <p>第6学年では、起こり得る場合を順序よく整理して調べることができるようにする。これらは、思いつくまま列挙していたのでは落ちや重なりが生じるような順序や組み合わせなどの事象について、規則に従って正しく並べたり、整理して見やすくしたりして、誤りなくすべての場合を明らかにしていく。</p> <p>日常の場面で活用ができるよう起こり得るすべての場合を適切な観点から分類整理するために、順番に並べること、組み合わせをつくることの違いを明確にすることが大切である。同一なものが複数存在したり、選び方に縛りがあったりするなどの複雑な場面を設定し、順列や組み合わせの理解を深めることができるようにしたい。</p>	<p>② 未知の状況にも対応できる「思考力・判断力・表現力等」</p> <p>(ア) 事象の特徴に着目し、順序よく整理する観点を決めて、落ちや重なりなく調べる方法を考察すること。</p> <p>第6学年では、起こり得る場合を考える際に、事象の特徴に着目し、順序よく整理する観点を決めて、落ちや重なりなく調べるには、観点を決めて考えていく。</p> <p>事象の特徴とは、四人が一行に並ぶ場合は並びを考える順列で考えること、四つのチームの対戦の組み合わせを考える場合は並びを考えない組み合わせで考えること。順序よく整理する観点を決めるとは、あるものを固定して考え、規則に従って並べたり、整理して見やすくしたりすることだと考える。落ちや重なりなく調べる方法とは事象によって、どんな図や表などに整理して表すことが望ましいか考察することと考える。</p>	<p>③ 学びを人生や社会に生かそうとする「学びに向かう力・人間性等」</p> <p>・数学的に表現・処理したことを振り返り、多面的に捉え検討してより良いものを求めて粘り強く考える態度、数学のよさに気づき学習したことを生活や学習に活用しようとする態度を養う。</p> <p>算数の授業では確定した事象を取り扱うことが多いが、社会における事象は、結果が確定的に定まっていない不確定な事象も多い。そのような事象について一つの視点だけでなく多面的なものの見方をして考察していく。問題解決の過程や結論について、誤りや矛盾はないかどうか妥当性について「これで正しいのか。」などのように批判的に考察したり、「4人の場合は分かったが5人の場合は。」など先の学びを考えたりする態度に育成したい。日常とのつながりを感じ、必要な時に活用できる態度につなげたい。</p>
---	---	--

2. 単元デザイン

① 順列	② ③ 順列 (本時)	④ 順列	⑤ 組み合わせ	⑥ 組み合わせ	⑦ 活用
順列の理解	樹形図や表の有用性の感得	順列の事象の拡張	組み合わせの理解	組み合わせの事象の拡張	場合の数の問題解決とそのよさの実感
・ある事象をどの順番で並べか考え、すべての並べ方を書き出す	・ある事象の並べ方が全部で何通りあるか、図や表などを用いて落ちや重なりなく求める。 樹形図での思考手順をプログラミング的思考する。	・ある事象のものの並べ方について、事象の数が増えた場合を考える。 プログラミング化された手順によって、事象の数が膨大になっても並べ方を考えることができる。	・組み合わせについて、事象の組み合わせを考え、全ての組み合わせを書き出し、図や表を使用して、落ちや重なりがないことを説明する	・組み合わせについて、全事象の数を増やしたり、取り出す数を増やしたりする場面を考え、補集合に着目して調べる	・身の回りの事象を数理的に捉え、場合の数についての学習を活用して、問題を解決する。

3. 単元に関わる内容と見方・考え方の系統

下学年における本単元に関わる内容				D「データの活用」領域			
学年内容	1年 ・かずをせいりして	2年 ・表とグラフ	3年 ・表と棒グラフ	4年 ・整理のしかた	5年 ・円グラフや帯グラフ	6年 ・起こり得る場合	中学2年 ・確率
見方	・データの個数への着目 ・絵や図 ・かずをせいりして	・データを整理する観点への着目 ・簡単な表やグラフ	・日時の観点や場所の観点などからデータを分類整理 ・表や棒グラフ	・目的に応じたデータの収集と分類整理	・統計的な問題解決の方法	・事象の特徴	・複数の集団のデータの分析
考え方	・身の回りの事象の特徴を捉える	・身の回りの事象を簡潔に表現したり、考察したりする。	・身の回りの事象を簡潔に表現したり、適切に判断したりする。	・問題解決したり、解決の過程や結果を多面的に捉え考察したりする。	・問題解決したり、解決の過程や結果を多面的に捉え考察したりする。	・問題解決したり、解決の過程や結果を批判的に考察したりする。	・不確定な事象の起こりやすさの考察

4. 本時について

本時目標 順列について、プログラミング的思考を用いて、落ちや重なりなく数える方法について考えている。

本時における 知識・技能：起こり得る場合を順序よく整理するための規則的な手順を図や表を用いて考え、全ての場合を落ちや重なりが無いように調べる。
 思考・判断・表現：事象の特徴に着目し、順序よく整理する観点を決めて、落ちや重なりなく調べる方法を考察する。
 学びに向かう力：身の回りの事象から設定した問題について、事象の特徴に着目し、解決の過程や結果を発展的に考察する。

○本時の主旨

本時では「4つのものを並べる」という日常の問題場面を設定し、順序を利用して解決していくようにする。樹形図で表したことを批判的に捉える。プログラミング的思考を用いて、樹形図での処理をフローチャートにする。そうすることで、樹形図のよさを改めて認識することができる。さらにはフローチャートにしたことで、事象の数が大きくなっても、プログラミングを用いて解決できそうだという見通しをもたせる。

1 問題解決過程を考察

○既習の確認

・「4つのものを順番に並べる」ときに起こりうる場合を、樹形図を用いて考えたこと確認する。

○問題場面の把握・問いの生起

・樹形図での処理が本当に「落ちや重なり無く」できているのか。

「樹形図の考え方を見直してみよう。」
 「樹形図はすっかりしているけど、何をしているかわからない。」

2 既習の解決方法を手順化

○樹形図での解決方法を細分化して考察する。

・1番目を固定して、2番目3番目を並べたこと、その作業を繰り返していったことに気付く。

「まず最初に1番目を固定して考えたよ。」
 「2番目は1番目を除いたものから選んでいったよね。繰り返していけばできそう。」

3 手順化のよさへの気付き

○プログラミング的思考で判断・考察

・樹形図での考え方をフローチャートで手順化表現したものが、落ちや重なりなく順列を求めることができているか確かめさせ、プログラミング的思考で手順化したことのよさに気付くようにする。

「樹形図を細かく考えていくことで手順化することができた。」
 「これで、樹形図を安心して使える。」

4 日常場面への広がり

○振り返り

・本時で学習した手順化が、他の学習や生活場面でも使えるのか、新たな視点で考える。

「前に学習した筆算だって、作図だって同じ様にできそうだね。」
 「実際にプログラムを作れば、百首の時でも並び方が求められるそう。。」

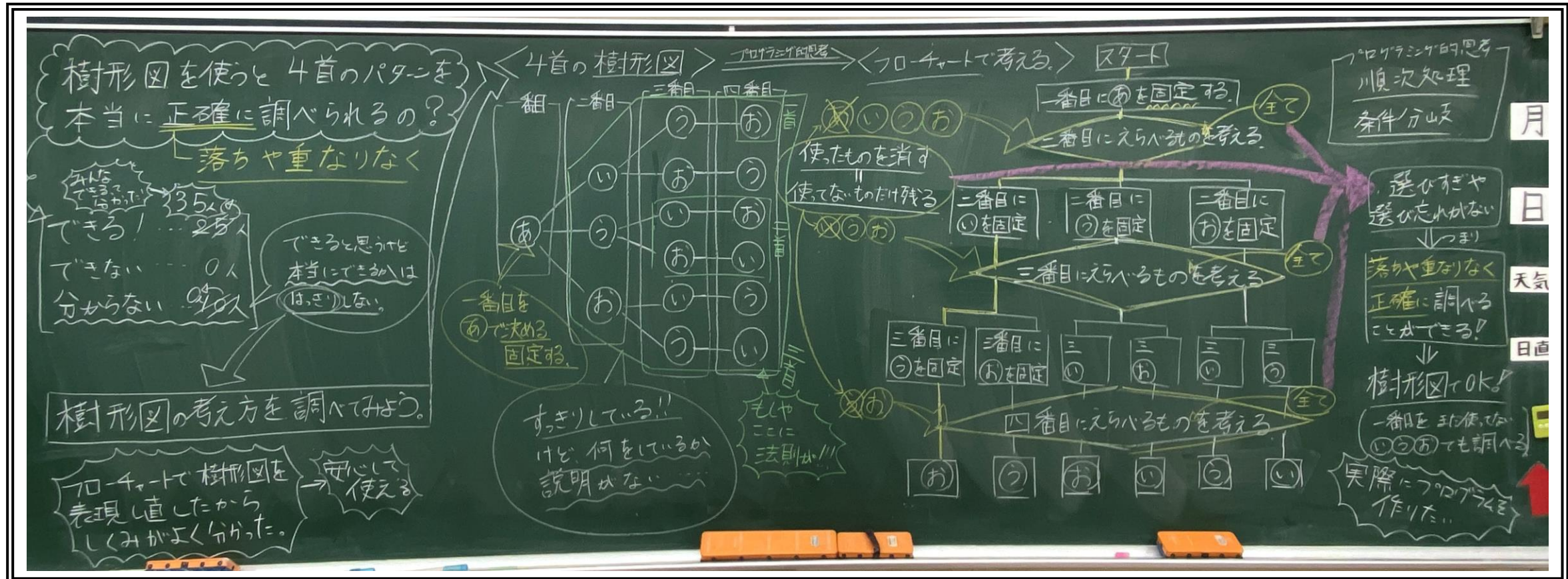
見方：着眼点 樹形図で考える手順

考え方：樹形図に表した手順を論理的に考察する。

5. 教材の価値

起こりうる場合について、「百人一首をランダム再生する」という事象の特徴に着目し、順序よく整理する観点を決めて、樹形図で本当に落ちや重なりなく調べることができるのかを考察していく。選択肢が4つと、図や表に表して考えやすい場面を扱うこととした。樹形図を作成する手順を改めて言語化しフローチャートにして考察することによって、並べ方の起こりうる場合を論理的に求められる。これまでの数学の学習の中でも手順を論理的に処理してきたことにも考えを広げることができる。日常の中ではその集合数が膨大になることもあり、プログラミング化された手順を用いることで、実生活にもそのまま活用できるよさを、子どもが獲得できると考える。

6. 板書



見方・考え方の成長 樹形図での解決方法を見直し、手順化して論理的に考え処理できるという思考の獲得

7. 授業記録

教師の発問	児童の反応
T1 前回、4首の並べ方を樹形図にして表すことができたよね。	C1 樹形図で考えたら4首のパターンは24通りあることがわかりました。
T2 樹形図って便利だね。でもさ、信じていいの？	C2 信じていい！！ C3 たしかに。4首のときは使えたけど、、、 C4 そう言われると自信がなくなる。
問いの生起	
T3 樹形図で4首のパターンを正確に求められると思う人は手を挙げてください。	C5 25人(手を挙げる)
T4 正確には求められないと思う人。	C6 0人
T5 では、よくわからないという人。	C7 10人(手を挙げる)
T6 どうして？	C8 できるとは思うんですけど、、、ほんとかどうかは調べてないからよくわからない。 (近くの人と相談) C9 たぶんでできるとは思うけど、証明できない。
T7 では、今日は樹形図を調べてみよう。	
課題の把握	
T8 まずは、④から始まる樹形図を書いてみよう。	C10 (樹形図をかく)
T9 樹形図をかいたけれど、どう？ 正確にすべて落ちや重なり無く調べられてる？	C11 樹形図はすっきりしているけど、説明とかが足りないから説明するには情報が足りません。 C12 樹形図に何番目を書き足してもいいですか？
T10 どうぞ。	C13 (何番目を書き足す) こうすると、表のときみたいに何番目をどうしたのかがわかりやすくなります。
T11 そうだね。	C14 それでも、説明が足りないと思います。
T12 なるほど。では、理科の水溶液のときを思い出してみよう。水溶液の正体をはっきりさせるために使った図の考え方があったよね。	C15 フローチャートで考えていった。 C16 上から順番にたどると答えに行き着いたやつ。
T13 それ。プログラミング的思考の一つだったよね。それで樹形図の、、、	C17 樹形図をフローチャートにしてみればいいんだ。
T14 ……はい、じゃあ今日はグループで相談しながら考えてみよう。	

A

B

樹形図の考え方を手順化する	
T15 フローチャートの出発は「スタート」でいいですか。 「～する」というのは□で、条件が分かるときは◇を使いましょう。	C18 はい。
T16 まず最初の⑥は、どうでしょうか。	C19 「最初にあにする」とか？ C20 最初とか使うと、つぎにつぎになってなるからわかりにくいよ。 C21 「一番目に⑥を固定する」がいいと思います。
T17 じゃあそうしよう。「○番目」と「固定」ってのがキーワードみたいですね。	C22 数字と記号を変えれば何回でもつかえそう。 C23 繰り返して使える。
T18 その後はどうしますか。	C24 「二番目に①を固定する」だと思います。 C25 でも②も③もあるよ。 C26 分かれるから、ここは条件分岐じゃない？ C27 一番目に使った④はもう使わないから、残りの⑤⑥⑦の3つに条件分岐するよ。
じゃあ、フローチャートはこうなりますね。 (枝分かれのフローチャートをかく)	C28 使っていないものが残るってこと。 C29 それもフローチャートに入れないと。
T20 この後は自分たちで考えられますね。やってみましょう。	(グループで活動)
(板書) プログラミング的思考 ・順次処理 ・条件分岐	C30 い、う、おをそれぞれ二番目に固定するっていうのをつくれればいいんだよ。 C31 条件分岐のところから、3つに枝分かれして……。 C32 じゃあ、三番目は……。

C

8. 児童の振り返り

< 樹形図について >

< フローチャートについて >

< プログラミング的思考について >

< その他 >

手順化したことの良さの気づき	
T21 各グループが考えたものを黒板にまとめてみました。	C33 樹形図が縦になった感じがする。
D T22 ちょっと待って。いま「全て」を足したっていうんだけど、どうしてだと思えますか。近くの人と相談してみましよう。	C34 僕たちのグループは条件分岐のところに「全て」という言葉を足しました。そうすることで、 (ペアで相談) C35 「全て」を入れることで、「落ち」なく考えることができるから。
T23 「落ち」がなくはそこで保障されているんだね。では、「重なり」なくはどこで保障されていますか。近くの人と相談してみましよう。	(ペアで相談) C36 「使ったものを消す」ことで、「重なり」無く考えることができます。 C37 使っていないものだけが残るから、選びすぎや選び忘れがなくなっていると考えられます。
T24 ということは、正確にもとめられ・・・	C38 る！
T25 今回のみんなが知りたいことは「樹形図で本当に正確に調べられるか」ということだったけど、どうですか。	C39 樹形図を使うと正確に調べられる。 C40 落ちや重なり無く、正確に調べられる。
T26 そうですね。今回は一番目が㊦の場合を考えましたが、、、	C41 一番目がほかの言葉のときも同じ考え方で調べられるから大丈夫。
学習の振り返り	
T27 はい。では今日の学習の振り返りをしましよう。	C42 樹形図についてフローチャートで調べ直したから、樹形図のしくみがよくわかった。これからは安心して使える。 C43 プログラミングの考え方が、理科や算数やいろいろなところで使えることが分かった。 C44 実際にプログラムを作って、20首のときを調べてみたい。 C45 樹形図の中に1首、2首、3首のときの樹形図がある。ここに法則があると思う。
T28 なるほどね。今見つけられそうな法則は中学にいくとしっかりと学ぶことができますよ。	

9. 分析と考察

A

単元第3時の問いを作り出す場面。

第2時の最後に表から樹形図という用語とかき方を示したところ、まだ理解して自分のものにできていないと感じたため、「樹形図を疑う」ことにした。本当にそうなのか、という批判的思考は日々の教科や教科外の指導で重点的に取り組んでいることのひとつである。例えば、新聞記事を紹介したときに、一見環境に良さそうなことだが、その背景には被害を被る立場の人がいるなどである。今回扱う樹形図も授業の中で先生に紹介されたから大丈夫と思うのではなく、一度樹形図を疑い、批判的になることで、樹形図が本当に落ちや重なり無く調べられる方法なのかはっきりさせたいような流れを作った。本学級では、10人が樹形図について言われるがままに使うことに不安を感じていたが、そのほかの25人については、今回の問いに必然性を感じられていないかもしれない。それでも、よく分かっていない友だちのために解決してあげようという思いで学習活動に取り組んでいた。

B

問いから本時の課題の解決方法へ迫っていく場面。

本学級では、様々な活動でプログラミングを意識した活動を行ってきた。理科はもちろん、教科外でペッパーのプログラミングをするなどキャリア教育とも絡めて取り組んでいる。子どもたちの中には、人間にできないところはロボットやAIで補ってあげればいいという考えがある程度浸透している。

本時の樹形図を、プログラミング的思考ツールの一つであるフローチャートで表現することで、樹形図での考え方の手順を一つずつ丁寧に押さえ、樹形図に対する深い学びにつながるのではと考えた。

ただ、この場面でも、問いの生起と同じように、教師が主導で導いてしまった感じが強くなってしまった。フローチャートだけでなく、樹形図に手順を直接書き込む方法の方がわかりやすい児童もいたと思われる。プログラミング的思考と関連付けた効果は単元全体で考察していきたい。

C

課題の解決をグループで対話的に解決していく場面。

フローチャートを途中から最後まで作成していく活動の中で、ゴールまでの道筋が見えている児童とそうでない児童の理解度の差を埋めるために、グループ活動を行った。グループ活動を行う際には、グループ全員が考えを説明できるようにするという暗黙のルールがあるため、必然的に教えるという行為が行われる。

グループによって、多少の違いはあったが（助詞の使い方）全てのグループが板書のようなフローチャートを完成させた。グループ活動の前に全体で確認するところを押さえすぎたのかもしれない。できれば、不完全なものを紹介して、それをどうすれば完成させられるかを話し合う活動を入れられればよかった。

D

問いに戻り、解決に向かう場面。

板書したフローチャートを全体で確認共有するところで、一つのグループから「全て」という言葉を足したいと言われたところで、単元の最大目的である「落ちや重なり無く」全ての通り数を調べ上げることにつなげていった。厳密に言えばまだまだ抽象的ではあるが、ここで「全て」を入れることで、「落ち」がなくなること、さらには「重なり」がないことを考えさせ、使ったものを消去する＝使っていないものだけが残る、ということから導いていった。

教師から「落ち」「重なり」という言葉を出してしまったが、本来は児童から出てきてほしかった。単元の第3時ということもあるが、まだ児童の考えの中に「落ちや重なり」という押さえができていなかった。第1時から「正確に」という言葉を使ってきたためだと思われる。単元計画考えていく段階で数学的用語の押さえるタイミングも考慮して行うことが大切だと思う。