中学年部会　１月　提案資料　　４年「変わり方調べ」
今井小学校　永石　裕一郎

単元の主張	関数の考えを身に付ける。そのために、事象をじっくりと観察し、依存関係を調べ、自ら見いだす。また、表から形式的に式を作るのではなく、表、式、図を結びつけて、きまりの式の意味を考える。また、問題解決の過程を振り返ることで、図、表、式を関係付けながら、問題場面を捉え、問題解決を行っていこうとする態度を育てる。

１．単元デザイン

①　②	③	④（本時）	⑤
伴って変わる２つの数量の関係（和が一定）を表に表したり，□や○を用いて式に表したりして，その関係をとらえることができる。	伴って変わる２つの数量の関係（差が一定）を表に表したり，□や○を用いて式に表したりして，その関係をとらえることができる。	伴って変わる２つの数量の関係（商が一定）を表に表したり，□や○を用いて式に表したりして，その関係をとらえることができる。	伴って変わる２つの数量を。身の回りから探し出し、規則正しく変化するものと、そうでないものがあることを理解する。
・巻末折り込みの時計盤を使って，㋐と㋑の時計盤の針が指す時刻の数の関係について調べる。 ・表を用いて，㋐の時計盤の針が指す時刻の数が１ずつ増えると，㋑の時計盤の針が指す時刻の数がどのように変わるか調べる。 ・時計盤の針が指す時刻の数の関係を式に表す。	・１辺が 1cm の正三角形を１列に組み合わせていくときの，正三角形の数と周りの長さの関係を調べる。 ・表に正三角形の数と周りの長さをまとめ，その関係を式に表す。	本　時 ・1 辺が 1cm の正方形を階段状に並べたときの段の数と周りの長さの関係を調べる。 ・表に段の数と周りの長さをまとめ，その関係を式に表す。	日常生活と結び付けながら、様々な場合の伴って変わる２つの数量について考察する。

①変化の様子を表や式を用いて表したり，変化の特徴を読み取ったりすること。

①式の有用性

①表にするよさ、式にするよさ

①式の表現と読み

②伴って変わる二つの数量を見いだして，それらの関係に着目し，表や式を用いて変化や対応の特徴を考察すること。

③学んだことを活かして、さらに場面を拡張させても、同じ方法が適用できるか考えようとする態度

③根拠を明確にした説明

育成する資質・能力

２．単元で育成する資質・能力

①生きて働く「知識・技能」	②未知の状況にも対応できる「思考力・判断力・表現力等」	③学びを人生や社会に活かそうとする「学びに向かう力、人間性等」
(ｱ)　変化の様子を表や式，折れ線グラフを用いて表したり，変化の特徴を読み取ったりすること。	(ｱ) 伴って変わる二つの数量を見いだして，それらの関係に着目し，表や式を用いて変化や対応の特徴を考察すること。	・伴って変わる２つの数量の関係について、表を用いて調べることのよさや、□や○などを用いた式簡潔に表せることのよさに気づき、活用する。
伴って変わる二つの数量の関係は、□、△などを用いて式に表すことができる場合がある。ここで扱う□、△などの記号は、変量を表す記号である。第４学年では、具体的な問題場面において、表から、変化の様子を□、△などを用いた式に表したり、表された式から、数量の関係の特徴を読み取ったりすることができるようにする。式から数量の対応や変化の特徴を読み取るには、□、△などに複数の数を当てはめた結果を表に整理して表したり、二つの数量の関係を言葉の式などで表したりすることが大切であるため、そのような活動が行えるよう配慮する必要がある。	ある数量について、他のどんな数量と関係が付けられるかを明らかにする。ある一つの数量を調べようとするとき、その数量を直接調べにくいときに、それと関係のある他の数量を使って調べられないかと考えて事象を観察し、可能性のある数量を見いだしていく。一方の数量を決めれば他の数量が決まるかどうか、あるいは、一方の数量は他の数量に伴って一定のきまりに従って変化するか、というような見方で二つの数量の関係を見ていく。見いだされた二つの数量の関係について、表や式を用いて表し、伴って変わる二つの数量の間にある変化や対応の特徴を考察する。そのためには、対応する値の組を順序よく表などに整理したり、式を用いて表したりして、変化や対応の特徴としての規則性があるかどうか、ある場合には、どんな規則性があるかを明らかにしていく。	物事を関連付けて考察することは、関数の考えにつながる。したがって、関数の考えを育てるために、積極的に物事を関連付けてみて、あるものを他のものと対応付け、いろいろと値を変えたときの他のものの変わり方を見るといった、見方や経験を豊かにしていく必要がある。 また、表から導き出した式を安易に一般化することなく、その式の意味を立ち止まって考え直す態度も大切にしていきたい。関数の考えでは、最後に、見いだされた変化や対応における規則性を適用して、求めたい数量についての結果を導いていく。規則性を適用する際には、知りたい数量との関係を捉え、どの数値を使うのかを判断するなど、筋道を立てて考えることが必要である。

３．本時について

【本時目標】　　伴って変わる二つの数量を表に表したり、規則性を見つけたりすることで、その関係をとらえることができる。

本時の主旨

問題場面から伴って変わる２つの数量の関係を見いだし、その関係を考えるプロセスについて、これまでの学習をもとに見通しをもつ。図、表、式を関係付けながら、問題場面を捉え、問題解決を進め、まとめでは、自分がどのように考えを進めてきたかを振り返る。そのことで、表、式、図のそれぞれのよさの実感につなげる。

1 伴って変わる２つの数量の関係を見いだす。

○正方形の数が増えると、～が変わる。

事象をよく観察させ、一方が変わると何が変わるのかを児童自らが見つけ出す。正方形を階段状に積んでいったとき、段の数が増えると何が変わるのか、多様に見つけ出せるようにする。

2 表を用いてきまりの式を見いだす。

○問題場面(図)⇔表、表⇔式

表を用いて、段の数と周りの長さを整理し、二量の関係について変化を見いだし、表から見いだした関係を式に表す。

3 式と図を照らし合わせて式の意味を考える。

○式⇔問題場面(図)

「どうして、段の数を４倍するとまわりの長さになるのだろう。」

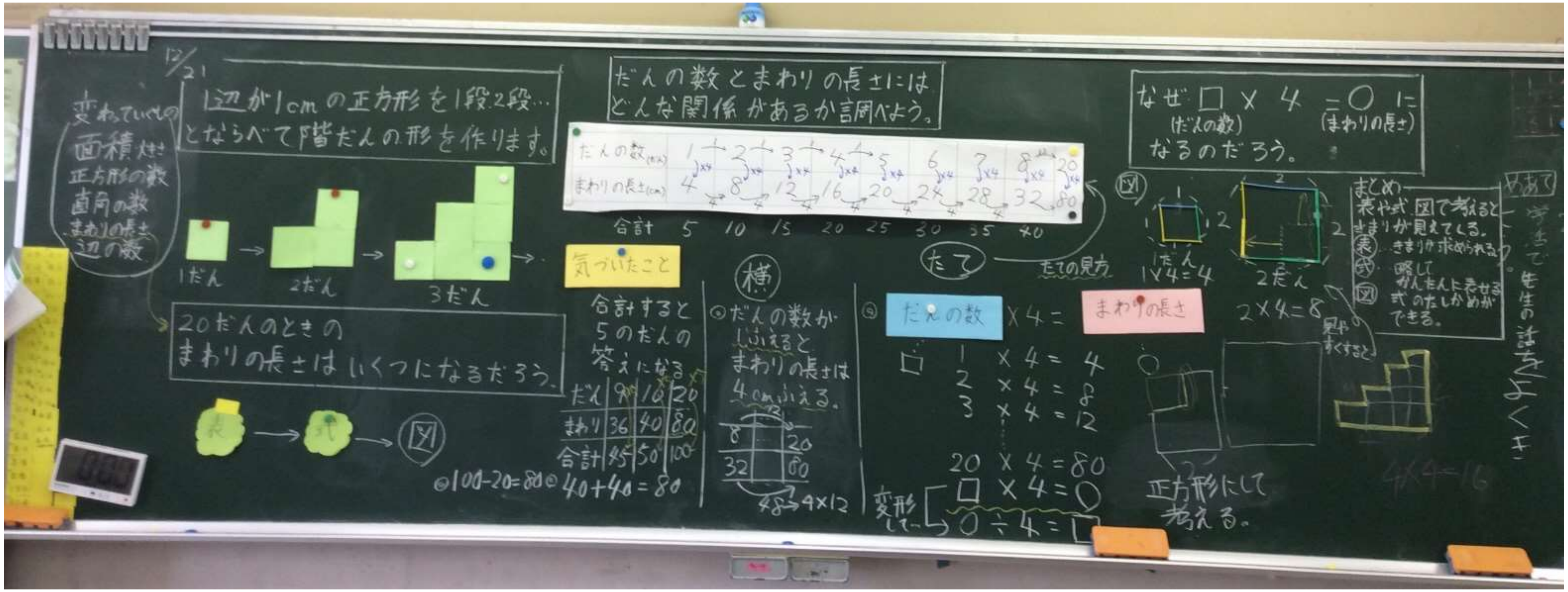
式の意味を図と対応させて考える階段状のでこぼこ部分を移動させると正方形になることから、きまりの式を結び付け、式の根拠を明確にする。

3 本時で考えてきたことを振り返る。

○表、式、図のそれぞれのよさの実感。

問題場面から、段の数と周りの長さの二量を見いだし、その関係について表（横の見方、縦の見方）を用いて調べ、式に表すことによってその関係を簡潔に表し、その式の根拠についても図を用いて考えることができたことを確認する。

本時で働かせる数学的な見方・考え方　　伴って変わる二つの数量の関係を表に表し、きまりや関係を見付ける。



４　授業記録

①本時の課題を確認

A

T　昨日を振り返りましょう。昨日はどんな形を考えましたか。
C　正三角形で考えました。
T　そうだったね。正三角形を横１列に並べていくと関係性を見つけられましたね。
　　では、今日は、正方形を１段２段と並べていって、階段の形を作っていきます。
　　どんなイメージかというと…こんな感じです。（黒板に実際に並べていきながら説明）
T　さて、段が１段増えると、変わっていくものはどんなものがあるだろう。
C　正方形の面積。大きさ。
C　正方形の個数。
C　直角の数。
C　辺の長さ。まわりの長さ。
C　辺の数。
T　じゃあ、今日は、２０段のときの周りの長さはいくつになるのかを考えていこう。
　　昨日は、正三角形で考えたけれども、今日は正方形だとどうなるのかを考えていきましょう。
T　さあ、考えていくときにどう考えていけばいいだろう。
C　表。
T　表にしていいたら、20 段のときの長さを求められそうですか。
C　（黙って、考えている子もいれば、わからなそうな子もいる）
T　表にしてどうする。
C　きまりを見つける。
T　なるほど。
C　段の数と周りの数で、表を使って考える。
T　じゃあ、表にして考えれば、いけそうですね。じゃあ、みなさんに表を配っていきますね。
　　表は、ノートの気づいたことの上に貼ってくださいね。
　表だけあれば、できそうですか。
C　式。
T　なるほど。昨日、表にして、そのあと式にしたね。あとは、大丈夫かな。
C　式と図。
C　昨日使った棒。
T　では、今から棒を配っていきますが、昨日１人で考えて勘違いしていた子がいたので、今日は隣同士のペアで考えましょう。ペアで正方形を作っていきながら、考えていきましょう。

②表にまとめ、自分が見つけた関係性を発表する。

T　はい。では、まず、表から埋めていきます。２つの表には何と何を埋めていけばよいでしょうか。
　　では、上には何を書きましたか。
C　段の数。
T　単位は？
C　段。
T　下は？
C　周りの数。
T　単位は？
C　個。
T　では、このようにすると、どのようになりましたか。
C　１段のときは４cm。
　　２段のときは 8cm
　　３段のときは 12cm。
　　４段のときは 16cm
　　５段のときは 20cm。
　　６段のときは 24cm
　　７段のときは 28cm。
　　８段のときは 32cm
C　同じです。
T　じゃあ、この表を見て気づいたこと。

B

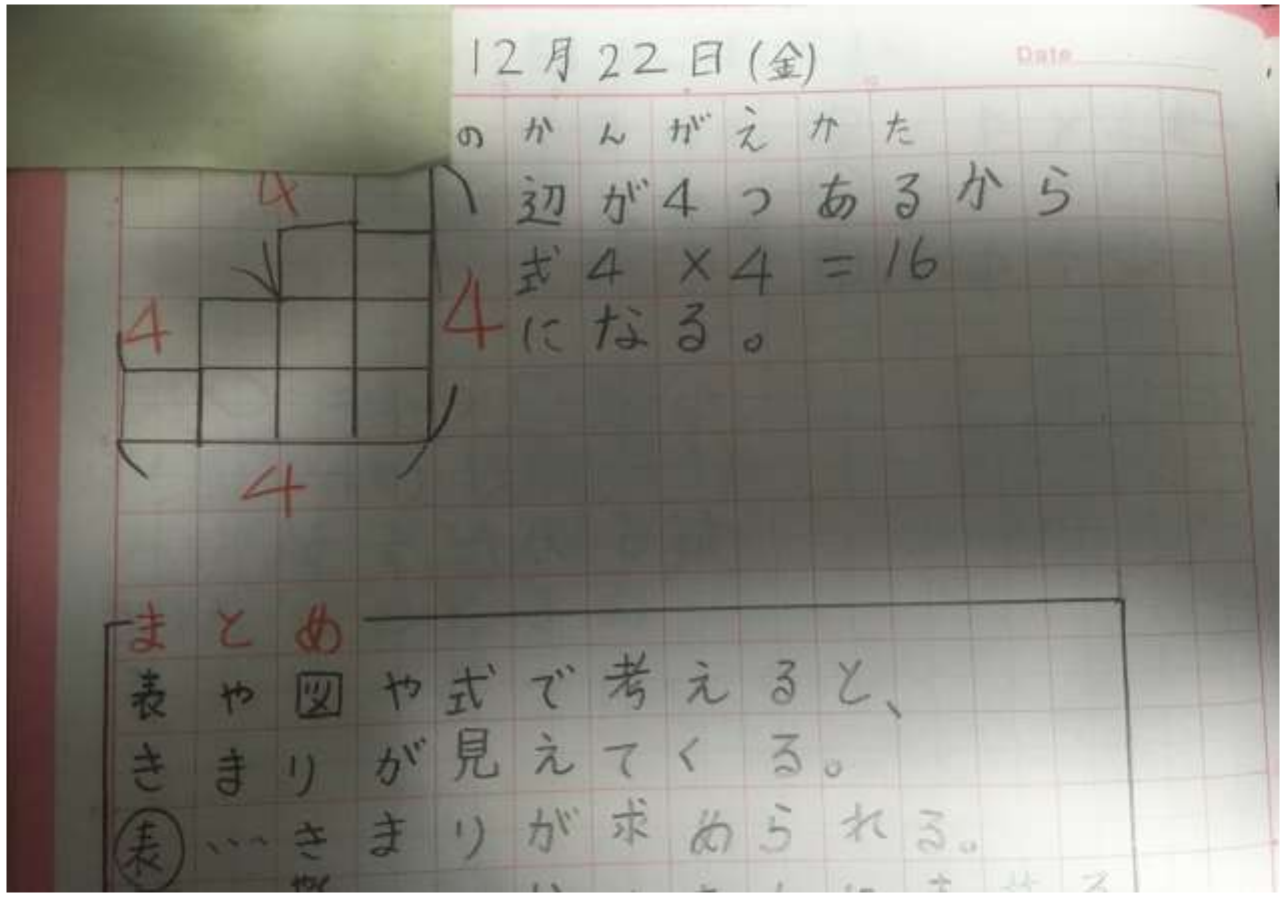
C　段の数と周りの長さで、例えば、１段のときは周りの長さが４cm だから、１と４を足して１＋４＝５で、２＋８＝１０で、全部やっていくと５の段の答えになる。
T　なるほど。全部５とびになっているってことね。
C　全部が４の倍数になっている。
T　全部っていうのは、どこが？
C　周りの長さが４の倍数になっていっている。
T　あ、確かにね。
C　おとといは、足し算や引き算でできたけど、これはかけ算でできる。
T　というと？
C　段の数×４＝周りの長さになる。
T　本当に？
C　例えば、１×４＝４だし、２×４＝８、３×４＝１２
T　じゃあ、まとめていくよ。
　①段の数と周りの数を合計すると５の段の答えになる。
　②周りの長さが４の倍数になっている。
T　周りの長さが４の倍数になっているって気づいたのは、表をどう見たらそうなっていると気づいた。
C　横。
T　そうだよね。つまり４の倍数になっているということは、いくつずつ足されているってことになる？
C　４つ。
T　つまり、段の数が１段増えると、周りの長さが 4cm 増えるということだよね。
　　で、さっき K さんが言葉の式で言ってくれたけど、K さんもう一回言ってくれる？
C　縦で、③段の数×４＝周りの長さの答えになる。
T　そうだったね。例えば、１×４＝４、２×４＝８、３×４＝１２となるね。
　　じゃあ、20 段のときは、一体何 cm になるのかな。どの方法を使ってもいいから、ノートに求めてみて。
　　求められた人？
C　80cm。
T　なぜ？
C　20 段×４をしたら 80 になるから。
T　じゃあ、もっと段の数が増えても、求められるかな？
C　うん。
T　例えば、100 段のときの周りの長さは？
C　400cm。
T　1000 段のときは？
C　4000cm
T　10000 段のときは？
C　40000cm。
T　じゃあ、段の数が□こ、周りの長さが□cm とすると、この式はどう表せるかな。
C　□×４＝○。
C　えっと、□×４＝○は○÷４＝□
T　なるほど。この式を変形して考えたんだね。この式は OK かな？
C　うん、大丈夫。
T　他の考えで求められるかな？例えば、（①の）５段の答えで考えていくというやり方では。
C　できる。１０段のときは、４０cm で、２０段のときは、１０段のときは２つ分と考えると、４０＋４０＝８０。
C　段の数が１０のとき合計が５０だから、倍にして考えると２０だから、倍にすると合計が１００。
　　だから、合計から段の数を引くと求められる。１００－２０＝８０になるから、80cm。
T　じゃあ、（②の）横の考え方は？
C　うーん。（考えている）

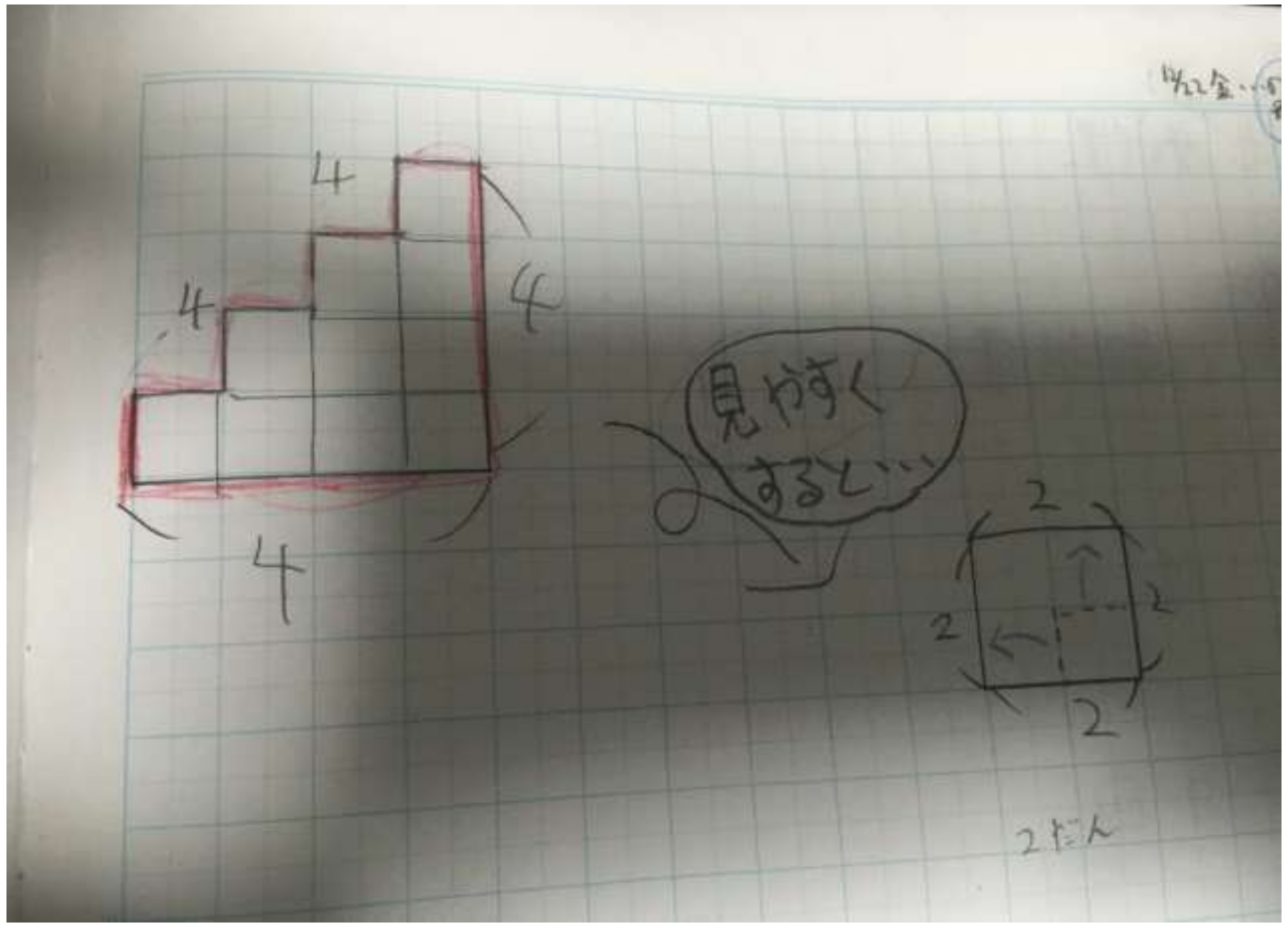
T　じゃあ、一緒に考えていこう。１段増えると周りの長さは何 cm 増えている？
C　４cm。
T　ということは、８から２０までいくつ足されている？
C　１２.
T　ということは、４を何回たさないといけないかな。
C　１２回。
T　ということは？
C　４８だ！
T　なんで？
C　４×１２＝４８だから。
T　だからいろいろな見方ができるね。でも、どれでも答えは出せるんだね。

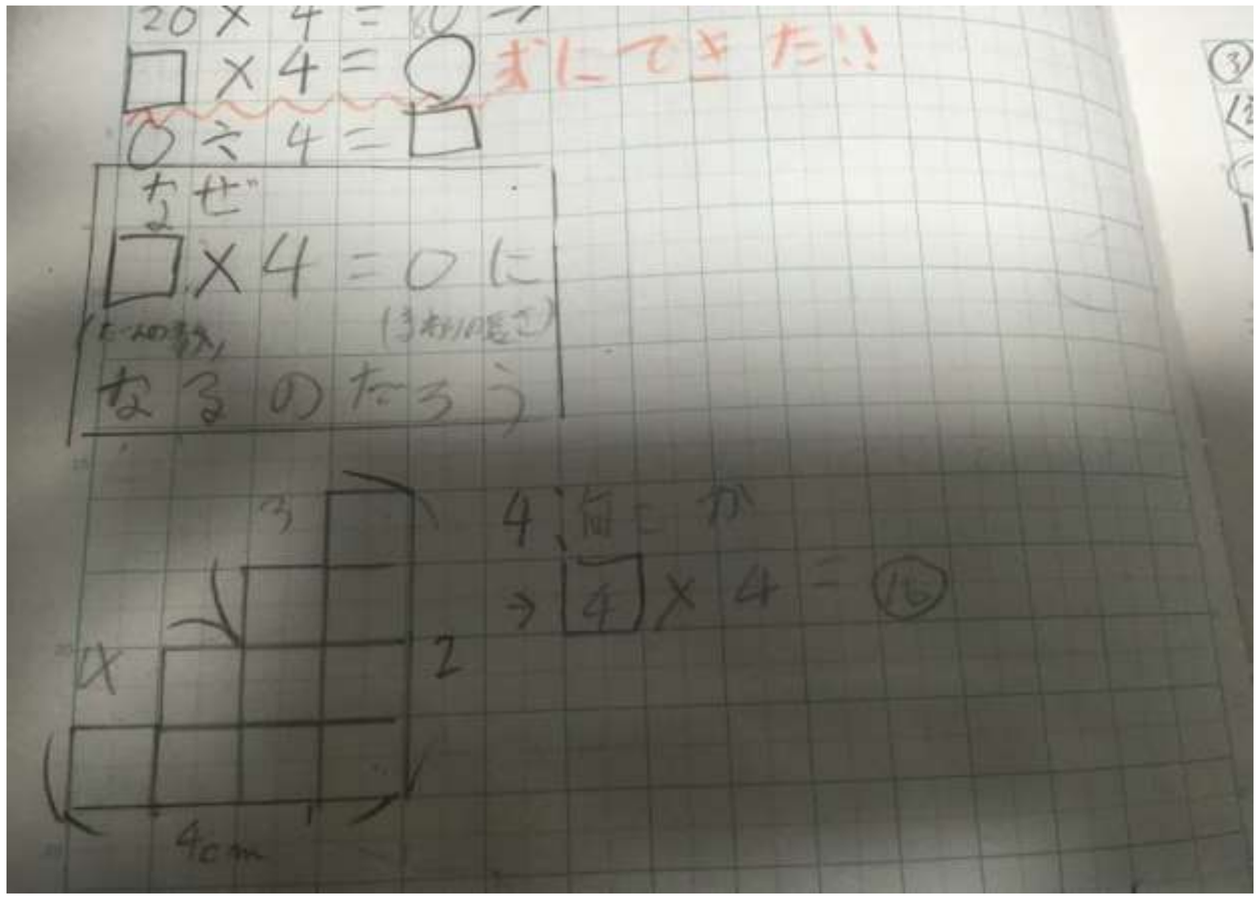
③表した式を、図を使って説明する。

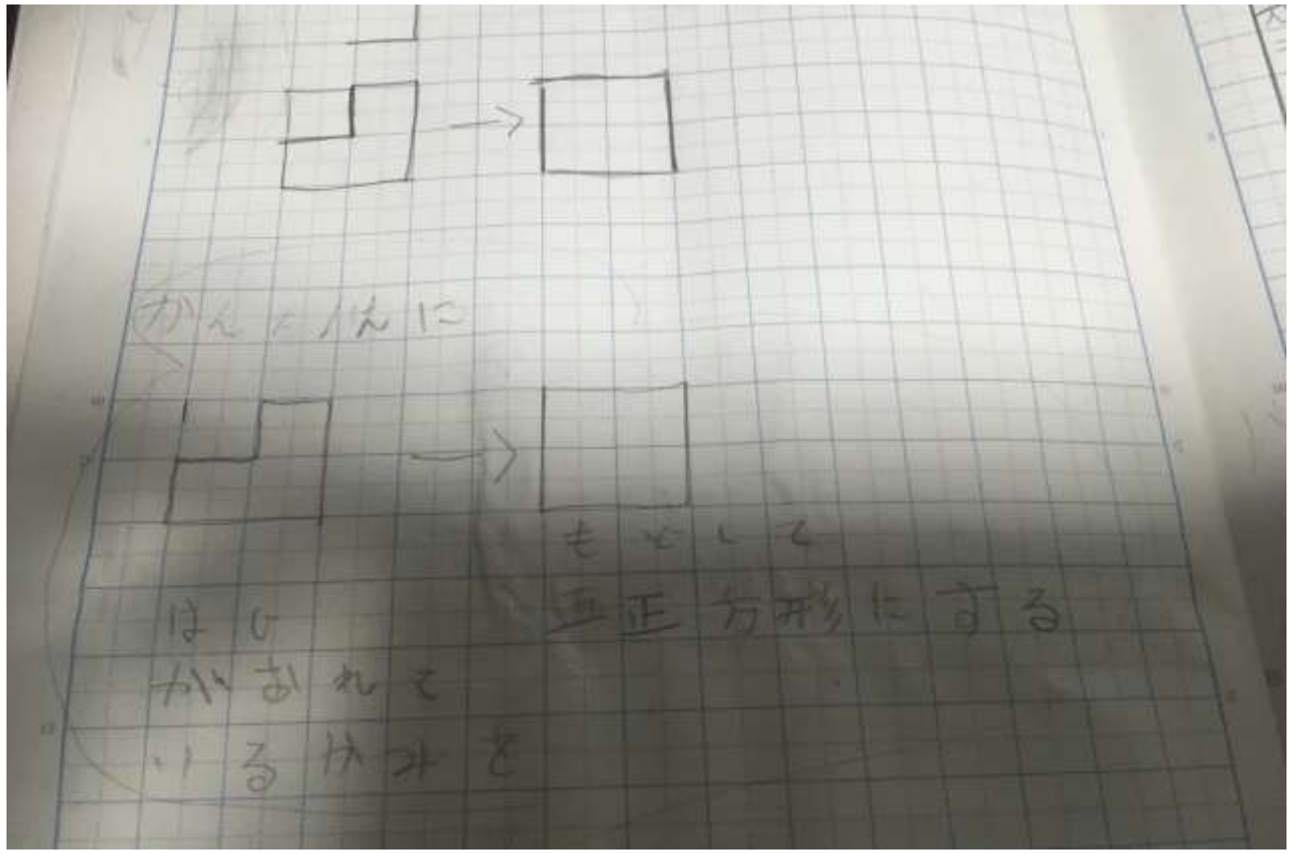
C

T　では、なぜ、□×４＝○というように表せるのだろう。
C　さっき説明したのは、ここが（下の辺が）２ｃｍでそれが１こ、２こ（右の辺）、３こ（階段の上の辺）、４こ（階段の下の辺）あるから、４段のときは（下の辺が）４ｃｍでそれが１こ、２こ（右の辺）、３こ（階段の上の辺）、４こ（階段の下の辺）あるから、４cm が４つあるから 16cm。
C　４cm が４つあるからかー。
T　今のやり方でわかった人いる？
C　（15 人くらい手を挙げる）
T　分からない人もいるから、さっき手を挙げた人でもう一回説明できる人？
C　４cm の辺が４つあるから、16cm。
T　これさ、色をつけていくと、黄色でつけるけど、4cm の辺がここが１本、２本、階段のところにあるのが３本、４本同じように２段のときは、２cm が１つ、２つ、３つ、４つあるから２cm が４本あるから、２×４＝８だよね。同じの長さの辺が４本あるから、×４なんだね。
　他の考えがある人？
C　えっと、２段のときにこの図で考えたけど、ぼくは、正方形で考えて、この２本を消して、こっちに移動して、こうすれば、(正方形の辺が) ２cm が４本だから、２×４＝８.
T　分かった人で、同じ説明をしてくれる人？
C　L 字型の辺を移動させて考えていく。K さんの考え方を使って、考えていった。
T　今ので分かった人は？
今やったやり方は、最初にやったやり方でもいいんだけど、もっと見やすくなるようにしたものだよね。
　最初の図を正方形にしちゃえ、っていう考えだよね。
　１段のときの正方形と同じように考えられるから、１段は１cm が４本だから、１×４だね。
　２段のときも２cm が４本あるから２×４だよね。
　段が増えていくと、正方形の辺の長さが変わっていくという考え方もできるね。
　これで、□×４の意味は理解できたね。
　では、今日のまとめですけど、変わり方を見ていくときに何を使って考えてきたかな。
C　表。
C　式。
C　図。
C　棒。
T　表や式、図、この３つを使えば、どんなことが分かるかな。
C　きまりが分かる。
T　なるほど。じゃあ、それぞれの表、式、図それぞれのよさを考えていくと、表は？
C　きまりを見つけられる。
C　きまりを求められる。
T　式は？
C　式だと、□×４みたいに略して表すことができる。
C　式だと、簡単に表せる。
T　図だと？
C　図はさっき考えた式の確かめができる。
T　さっきやったからね。
　さて、最初に戻るんだけど、面積の変わり方はどうなっていくのかな。
　１段のときは？
C　１㎠。
T　２段のときは？
C　３㎠。
T　というように考えていくと、何かきまりがあるのかも知れないね。じゃ、今日はここまでにします。


12月22日(金)
のかんがえかた
辺が4つあるから
式4×4=16
になる。
まとめ
表や図や式で考えると、
きまりが見えてくる。
表…きまりが求められる。


見やすくすると…
2だん


□×4=○
式にできた!!
○÷4=□
なぜ
□×4=○に
なるのだろう
4cm


かんたんに
もどして
正方形にする

6　分析と考察

A

T　昨日を振り返りましょう。昨日はどんな形を考えましたか。
C　正三角形で考えました。
T　そうだったね。正三角形を横１列に並べていくと関係性を見つけられましたね。
　では、今日は、正方形を１段２段と並べていって、階段の形を作っていきます。
　どんなイメージかというと…こんな感じです。（黒板に実際に並べていきながら説明）
T　さて、段が１段増えると、変わっていくものはどんなものがあるだろう。
C　正方形の面積。大きさ。
C　正方形の個数。
C　直角の数。
C　辺の長さ。まわりの長さ。
C　辺の数。

本時の導入を前時の流れと同じようにから入ることによって、本時への課題へとスムーズに入ることができたのでよかったと思う。

C　昨日使った棒。
T　では、今から棒を配っていきますが、昨日１人で考えて勘違いしていた子がいたので、今日は隣同士のペアで考えましょう。ペアで正方形を作っていきながら、考えていきましょう。

具体物を使って考えることによって、図を描く手間省け、課題に集中して取り組む時間が増えた。そして、実際に段を作りながら、２段、３段…のとき周りの長さがどのように変化していくか、イメージしやすくできたと思う。

また、前時では、１人ずつに数え棒を渡して考えさせたが、周りの長さを理解していない子がいたため、本時では、ペア学習とした。ペアで考えることによって、全員が共通理解できた。

C

次期学習指導要領解説には、“見いだした規則性については、もとの事象と対応させて確かめることが大切である。”（P213）と書かれてある。つまり、表からのきまりを式化するだけでなく、その式の根拠を図を使って説明できることも必要だということである。（一般化した式⇒図を用いた帰納的な説明）

教科書にはないが、本時では次期学習指導要領を見据えた授業にした。

①２段の時は、２cm が４本あることを見つけた児童の説明
C　さっき説明したのは、ここが（下の辺が）２ｃｍでそれが１こ、２こ（右の辺）、３こ（階段の上の辺）、４こ（階段の下の辺）あるから、４段のときは（下の辺が）４ｃｍでそれが１こ、２こ（右の辺）、３こ（階段の上の辺）、４こ（階段の下の辺）あるから、４cm が４つあるから 16cm。
C　４cm が４つあるからかー。

②図を正方形に変形し、同じ長さの辺が４本あることに気づいた児童の説明（①の考えを簡素化した考え）
C　えっと、２段のときにこの図で考えたけど、ぼくは、正方形で考えて、この２本を消して、こっちに移動して、こうすれば、（正方形の辺が）２cm が４本だから、２×４＝８.
T　分かった人で、同じ説明をしてくれる人？
C　L 字型の辺を移動させて考えていく。K さんの考え方を使って、考えていった。
T　今ので分かった人は？
　今やったやり方は、最初にやったやり方でもいいんだけど、もっと見やすくなるようにしたものだよね。
　最初の図を正方形にしちゃえ、っていう考えだよね。
　１段のときの正方形と同じように考えられるから、１段は１cm が４本だから、１×４だね。
　２段のときも２cm が４本あるから２×４だよね。
　段が増えていくと、正方形の辺の長さが変わっていくという考え方もできるね。

どちらのやり方も４倍の根拠を、図を使って説明することができていた。しかし、初めは２つの考えを思いつくまでに少し時間を要していたので、教科書を見て考えていいよ、という指示を出した。教師側がもう少し子どもにとって考えやすい手立てを何か用意しておくべきだったと反省している。

B

本時では、表を縦に見る子と横に見る子に分かれて考えていたため、それぞれ気づいたことの中で発表した。

縦で見た子①（段の数と周りの長さの和が５の倍数になっている）
C　段の数と周りの長さで、例えば、１段のときは周りの長さが４cm だから、１と４を足して１＋４＝５で、２＋８＝１０で、全部やっていくと５の段の答えになる。
T　なるほど。全部５とびになっているってことね。

横で見た子（周りの長さが４・８・１２…と４の倍数になっている）
C　全部が４の倍数になっている。
T　全部っていうのは、どこが？
C　周りの長さが４の倍数になっていっている。
T　あ、確かにね。
　：
T　周りの長さが４の倍数になっているって気づいたのは、表をどう見たらそうなっていると気づいた。
C　横。
T　そうだよね。つまり４の倍数になっているということは、いくつずつ足されているってことになる？
C　４つ。
T　つまり、段の数が１段増えると、周りの長さが 4cm 増えるということだよね。

縦で見た子②（段の数を４倍すると周りの長さになっている）
C　おとといは、足し算や引き算でできたけど、これはかけ算でできる。
T　というと？
C　段の数×４＝周りの長さになる。
T　本当に？
C　例えば、１×４＝４だし、２×４＝８、３×４＝１２

表をどのように見たかを確認することで、「表をどのように見ればきまりが見つけることができるか。」を意識させることができた。また、縦で見た子②は、初めに言葉の式を使って説明することができていた。前時に、言葉の式でまとめておいたのが子どもの中で発表することができた材料になったと思う。

7　振り返りから

前時の三角形を１列に並べていくと周りの長さがどのように変化していくかを考える時には、式の根拠を、図を使って説明できる子が 10 名ほどいたが、本時では、３名ほどであった。説明を聞いて、理解している子は半数であったが、理解するのに時間を要する単元であると感じた。また、周りの長さを理解しておらず、表にまとめるときに間違って書いており、きまり自体を見つけられない子がいた。

本時では、□（段の数）×４＝○（周りの長さ）の×４の根拠を見つけていく展開を授業中盤から後半へもっていったが、子どもにとってはかなり難しかったのではないかと感じた。教師側もそのヒントとなる手立てをどのように提示し、どのタイミングで出せばよいのかを迷ってしまっていたのが、最大の課題である。